



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ  
*επένδυση στην κοινωνία της γνώσης*

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ



ΕΣΠΑ  
2007-2013  
Πρόγραμμα για την ανάπτυξη  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Πράξη «ΝΕΟ ΣΧΟΛΕΙΟ (Σχολείο 21ου αιώνα) – ΠΙΛΟΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ, στους Άξονες Προτεραιότητας  
1,2,3, -Οριζόντια Πράξη»,

---

## Επιμόρφωση Εκπαιδευτών Εκπαιδευτικών

### ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Για την Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση

Μαριάννα Τζεκάκη

Καθηγήτρια Α.Π.Θ

Αθήνα, Οκτώβριος 2011

## Βασικοί στόχοι της επιμόρφωσης

Οι εκπαιδευτές επιδιώκουν να υποστηρίξουν τους εκπαιδευτικούς (σε συνθήκες ενδοσχολικής επιμόρφωσης και γνωστικής μαθητείας) στην πιλοτική εφαρμογή του νέου προγράμματος σπουδών για τα Μαθηματικά.

Συγκεκριμένα επιδιώκουν να τροφοδοτήσουν τους εκπαιδευτικούς με στοιχεία ώστε να είναι σε θέση:

- να πραγματοποιήσουν διδακτικούς σχεδιασμούς που να εναρμονίζονται με τη φιλοσοφία και τους στόχους του νέου ΠΣ,
- να οργανώσουν ένα πρόγραμμα διδασκαλίας (με προσαρμογές, υλικό και διδακτικές εφαρμογές),
- να αναπτύξουν κριτήρια αξιολόγησης και επιλογής ή/και δημιουργίας κατάλληλου διδακτικού υλικού στα Μαθηματικά,
- να υλοποιούν και να αναλύουν μικρο- διδασκαλίες και μικρο- μαθήματα
- να εκπονούν ενδοσχολική έρευνα δράσης.

## Συνοπτικό περιεχόμενο της επιμόρφωσης

### 1. Γενική παρουσίαση του ΠΣ για τα Μαθηματικά:

- φιλοσοφία και οι στόχοι του προγράμματος
- βασικά χαρακτηριστικά τους προγράμματος: τροχιές, δραστηριότητες, διεργασίες, εργαλεία, αξιολόγηση
- βασικά χαρακτηριστικά ενοτήτων των Μαθηματικών (Αριθμών και Άλγεβρας, Γεωμετρίας και Μέτρησης, Στοχαστικών Μαθηματικών)
- συνοπτική παρουσίαση τροχιών

### 2. Γενική παρουσίαση του Οδηγού για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών

- δομή, οργάνωση και περιεχόμενο
- παραδείγματα χρήσης (Α και Β κύκλος)

### 3. Εργαστήρια ανάπτυξης σχεδίων μαθημάτων με βάση το ΠΣ και τον Οδηγό

## Ενδεικτικό πρόγραμμα

ώρα	Περιεχόμενο	Εισηγητές
1 <sup>η</sup> ώρα	Γενική παρουσίαση του ΠΣ και του Οδηγού Σπουδών για τα Μαθηματικά	Τζεκάκη Μαριάννα Πότερη Δέσποινα
2 <sup>η</sup> ώρα	Εργαστήρια ανάπτυξης σχεδίων μαθημάτων Α' Κύκλου	Τζεκάκη Μαριάννα
	Διάλλειμα	
3 <sup>η</sup> ώρα	Εργαστήρια ανάπτυξης σχεδίων μαθημάτων Β' Κύκλου	Τζεκάκη Μαριάννα
4 <sup>η</sup> ώρα	Διαμόρφωση περιεχομένου, μεθοδολογίας και υλικού πλαισίου για την επιμόρφωση των εκπαιδευτικών	Τζεκάκη Μαριάννα

## Μεθοδολογία

- Αξιοποίηση διδακτικών παραδειγμάτων
- Βιωματική-συνεργατική προσέγγιση των νέων τρόπων διδακτικού σχεδιασμού, δημιουργίας διδακτικού υλικού και αξιοποίησης πηγών.
- Βιωματική-συνεργατική προσέγγιση της πιλοτικής εφαρμογής (τάξεις, ενότητες, υλικό μέσα & τρόποι καταγραφής κ.λπ.).

## Υλικό επιμόρφωσης

1. ΠΣ για τα Μαθηματικά
2. Οδηγός Σπουδών για τα Μαθηματικά
3. Πλαίσιο και περιεχόμενο
  - Συνοπτική παρουσίαση ΠΣ και ΟΣ
  - Παραδείγματα Σχεδίων Μαθημάτων
  - Φύλλα εργασιών
  - Πλαίσιο για την επιμόρφωση των εκπαιδευτικών
5. Συνοπτική Παρουσίαση Τροχιών
6. Ερωτηματολόγιο καταγραφής
7. Ερωτηματολόγιο αξιολόγησης

Το υλικό που ακολουθεί έχει το ακόλουθο περιεχόμενο:

### Περιεχόμενο Πλαισίου επιμόρφωσης

1. Συνοπτική παρουσίαση του ΠΣ για τα Μαθηματικά
2. Συνοπτική Παρουσίαση του Οδηγού Σπουδών για τα Μαθηματικά
3. Παραδείγματα Σχεδίων Μαθημάτων
4. Φύλλα εργασιών
5. Πλαίσιο για την επιμόρφωση των εκπαιδευτικών
6. Ενδεικτική βιβλιογραφία

## ΝΕΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ για τα Μαθηματικά

### ΓΕΝΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ

#### Βασικές αρχές του ΠΣ για τα Μαθηματικά

##### 1. Στόχοι μάθησης και διδασκαλίας

Η δημιουργία ενός “μαθηματικά εγγράμματου” ατόμου, δηλαδή ενός ατόμου που:

- Αντιλαμβάνεται ότι “οι μαθηματικές έννοιες, οι δομές και οι ιδέες έχουν εφευρεθεί ως εργαλεία για να οργανώσουν τα φαινόμενα του φυσικού, κοινωνικού και πνευματικού κόσμου” (Freudenthal, 1983),
- Διαθέτει την “ικανότητα να κατανοεί, να κρίνει, να δημιουργεί και να χρησιμοποιεί τα μαθηματικά σε μια ποικιλία ενδο- και εξω-μαθηματικών πλαισίων και καταστάσεων, στις οποίες τα μαθηματικά παίζουν ή θα μπορούσαν να παίξουν κάποιο ρόλο” (Niss, 1996, 2003)) και, έτσι, μπορεί να λειτουργήσει κριτικά σε μια δημοκρατική κοινωνία.

Η ανάγκη διδασκαλίας αξιοποιήσιμων μαθηματικών, δηλαδή, μαθηματικών που βοηθούν το μαθητευόμενο να κατανοήσει και να οργανώσει αποτελεσματικά τόσο την πραγματικότητα όσο και τα ίδια τα μαθηματικά (σύνδεση της άτυπης και τυπικής γνώσης των μαθηματικών).

##### Συνοπτικά

- Αποθαρρύνεται η απλή γνώση και εφαρμογή εννοιών και διαδικασιών και
- Ενθαρρύνεται η ανάπτυξη μαθηματικών ικανοτήτων, στάσεων και πεποιθήσεων για την αντιμετώπιση προβλημάτων μέσα στα Μαθηματικά και μέσω των Μαθηματικών.
- Ενθαρρύνεται η μελέτη των συνδέσεων μεταξύ των εννοιών και των διαδικασιών και η ανάπτυξη μαθηματικής σκέψης.

##### 2. Αποσαφήνιση: ανάπτυξη βασικών ικανοτήτων

###### Γενικές ικανότητες και δεξιότητες

- Η ικανότητα αποτελεσματικής χρήσης εργαλείων, κοινωνικο-πολιτισμικών (γλώσσας, συμβόλων, κειμένων) και ψηφιακών,
- Η ικανότητα αλληλεπίδρασης και συνεργασίας σε ετερογενείς ομάδες.
- Η ικανότητα αυτόνομης και υπεύθυνης λειτουργίας.

###### Επιμέρους ικανότητες και δεξιότητες,

- Η ικανότητα αποτελεσματικής λήψης αποφάσεων και επίλυσης προβλημάτων.
- Η ικανότητα επικοινωνίας και διατύπωσης συλλογισμών και επιχειρημάτων.
- Η ικανότητα συνεργασίας στο πλαίσιο μιας ομάδας.

### **3. Αποσαφήνιση: ανάπτυξη μαθηματικής σκέψης**

- Δημιουργική σκέψη
- Αναστοχαστική σκέψη
- Κριτική σκέψη

### **4. Αποσαφήνιση: μαθηματικές διεργασίες**

Βασική μαθηματική δραστηριότητα: ο πειραματισμός, διατύπωση και έλεγχος υποθέσεων και επίλυση προβλήματος.

Βασικές μαθηματικές διεργασίες:

- ο συλλογισμός και η επιχειρηματολογία
- η δημιουργίας συνδέσεων/ δεσμών
- η επικοινωνίας (με τη φυσική γλώσσα, αλλά και τα σύμβολα, τις διάφορες μορφές αναπαράστασης, τα τεχνουργήματα και τα εργαλεία της τεχνολογίας)
- η μεταγνωστική ενημερότητα.

### **ΔΟΜΗ ΤΟΥ ΠΣ ΓΙΑ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

- Ανάπτυξη με βάση την έννοια της 'τροχιάς μάθησης και διδασκαλίας'
- Ανάδειξη της 'μαθηματικής δραστηριότητας'
- Επιλογή και χρήση χειραπτικών και ψηφιακών εργαλείων
- Εισαγωγή της 'συνθετικής εργασίας'
- Σχεδιασμός διαμορφωτικής αξιολόγησης

## **Τι σημαίνει Τροχιά μάθησης και διδασκαλίας;**

*Οργάνωση σε τρεις ηλικιακούς κύκλους:*

- Πρώτος ηλικιακός κύκλος (5-8 χρονών): νηπιαγωγείο, Α' και Β' Δημοτικού.
- Δεύτερος ηλικιακός κύκλος ( 8-12 χρονών): Γ', Δ', Ε' και ΣΤ' Δημοτικού.
- Τρίτος ηλικιακός κύκλος (12 – 15 χρονών): Α', Β' και Γ' Γυμνασίου.

Μια *Τροχιά Μάθησης και Διδασκαλίας (ΤΜΔ)* αποτυπώνει μια συνολική θέαση της μαθησιακής εμπειρίας των μαθητών σε μια συγκεκριμένη θεματική περιοχή του Π Σ των μαθηματικών. Συναπαρτίζεται από τρία μέρη:

- ένα *μαθηματικό στόχο* (συστάδες εννοιών, δεξιοτήτων και ικανοτήτων)
- μια *διαδρομή* (επάλληλα, προοδευτικά σε πιο ανώτερα επίπεδα σκέψης)
- ένα σύνολο από *διδασκτικές δραστηριότητες* αντίστοιχες των *επιπέδων σκέψης*

## **Τι σημαίνει Μαθηματική δραστηριότητα;**

Η δραστηριότητα χαρακτηρίζεται από *ενεργή δράση* των ατόμων τα οποία έχουν ένα κίνητρο και ένα στόχο για να πραγματοποιήσουν. Η δράση αυτή έχει μαθηματικά χαρακτηριστικά όπως είναι η μοντελοποίηση μιας πραγματικής κατάστασης, η διερεύνηση μέσα από τη χρήση εργαλείων και πηγών, η ανάπτυξη στρατηγικών επίλυσης προβλήματος, η ανάπτυξη και χρήση τεχνικών, η δημιουργία εννοιολογικών συνδέσεων, η σύνδεση αναπαραστάσεων, η ανάπτυξη συλλογισμού.

## **Ποια χρήση εργαλείων;**

Τα εργαλεία είναι *χειραπτικά* και *ψηφιακά*.

Τα ψηφιακά εργαλεία οργανώνονται σε πέντε κατηγορίες:

- Μαθηματική έκφραση μέσω προγραμματισμού
- Δυναμικός χειρισμός γεωμετρικών αντικειμένων και σχέσεων
- Αλγεβρική διερεύνηση με αντίστοιχα συστήματα
- Διερεύνηση, πειραματισμός και επεξεργασία δεδομένων για στατιστική και πιθανότητες
- Πειραματισμός με ψηφιακά μοντέλα

## **Τι σημαίνει συνθετική εργασία;**

Η *συνθετική εργασία* ορίζεται ως μια δραστηριότητα που μπορεί να εφαρμοστεί από τον εκπαιδευτικό για ένα σύνολο διδασκτικών ωρών και δίνει έμφαση στην ανάδειξη

των διασυνδέσεων των μαθηματικών με άλλες επιστήμες και γνωστικές περιοχές και στην παιδαγωγική αξιοποίηση της ψηφιακής τεχνολογίας.

### Τι σημαίνει αξιολόγηση;

Ο ρόλος της αξιολόγησης είναι να πληροφορεί και να καθοδηγεί τον εκπαιδευτικό στις διδακτικές του αποφάσεις όπως και να καθοδηγεί και εμπλουτίζει τη μάθηση του μαθητή. Οι δύο βασικές λειτουργίες της αξιολόγησης είναι η *αποτίμηση* και η *ανατροφοδότηση* της μάθησης και της διδασκαλίας. Η αξιολόγηση βοηθά τον εκπαιδευτικό να πάρει αποφάσεις σχετικά με το περιεχόμενο και τη μορφή της διδασκαλίας (διαμορφωτική αξιολόγηση) μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί για την αποτίμηση των επιτευγμάτων του μαθητή (αθροιστική αξιολόγηση).

### Βασικά στοιχεία των θεματικών ενότητων

<b>Αριθμοί</b>	<i>Φυσικοί αριθμοί</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- κατανόηση νοήματος</li> <li>- θεσιακή αξία ψηφίων</li> <li>- δομικά ιδιότητες των αριθμών</li> <li>- υπολογιστικές διαδικασίες</li> <li>- επίλυση προβλημάτων</li> </ul>
	<i>Κλασματικοί αριθμοί</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- κατανόηση νοήματος</li> <li>- ισοδυναμία κλασμάτων</li> <li>- πράξεις κλασμάτων</li> </ul>
	<i>Δεκαδικοί αριθμοί</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- κατανόηση νοήματος (ποικιλία ερμηνειών)</li> <li>- ρόλος της υποδιαστολής</li> <li>- ισοδυναμία δεκαδικών</li> <li>- πράξεις με δεκαδικούς</li> </ul>
	<i>Ακέραιοι</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- κατανόηση νοήματος (αριθμοποίηση)</li> <li>- πράξεις με ακεραίους</li> </ul>
	<i>Ρητοί – Άρρητοι αριθμοί Πραγματικοί –</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- συνδέσεις και γενίκευση</li> </ul>
<b>Άλγεβρα</b>	<i>Κανονικότητες</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- αναγνώριση, συμπλήρωση, περιγραφή, εύρεση κανόνα</li> </ul>
	<i>Ισότητα- ανισότητα</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- κατανόηση σχέσης</li> <li>- ιδιότητες και τύποι</li> </ul>
	<i>Άλγεβρικές παραστάσεις</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- αριθμητικές παραστάσεις</li> <li>- εξισώσεις και επίλυση</li> <li>- συναρτήσεις</li> </ul>
<b>Χώρος και Γεωμετρία</b>	<i>Χώρος</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- προσανατολισμός και χάρτες</li> <li>- συντεταγμένες</li> </ul>
	<i>Γεωμετρικά σχήματα</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- αναγνώριση κατηγοριών σχημάτων,</li> <li>- αναγνώριση των ιδιοτήτων των σχημάτων,</li> <li>- αναγνώριση των ιδιοτήτων των κατηγοριών,</li> </ul>

		- κατασκευές- αναλύσεις /συνθέσεις σχημάτων.
	<i>Μετασχηματισμοί</i>	- μετατόπιση και στροφή - αξονική και κεντρική συμμετρία - ομοιότητα και ομοιοθεσία
<b>Μέτρηση</b>	<i>Γωνία</i>	- διάκριση μεγέθους
	<i>Μήκος</i>	- έμμεσες και έμμεσες συγκρίσεις
	<i>Επιφάνεια</i>	- επικαλύψεις και επαναλήψεις
	<i>Όγκος</i>	- χρήση μονάδων - εύρεση σχέσεων, δόμηση του χώρου και ανάπτυξη τύπων
<b>Στοχαστικά Μαθηματικά</b>	<i>Στατιστική</i>	- δεδομένα (οργάνωση και κατανόηση) - μέτρα θέσης και μεταβλητότητα
	<i>Πιθανότητες</i>	- πείραμα τύχης και δειγματικός χώρος - εύρεση πιθανότητας

## ΣΥΝΟΨΙΣΗ ΤΡΟΧΙΩΝ

Αριθμοί	Α' Κύκλος	Β' Κύκλος	Γ' κύκλος
	Φυσικοί	Φυσικοί	Ακέραιοι
	Κλασματικοί	Κλασματικοί	Ρητοί - Αρρητοί
		Δεκαδικοί	Πραγματικοί
<b>Άλγεβρα</b>	Κανονικότητες	Σχέσεις	Συναρτήσεις
	Ισότητα-Ανισότητα	Ισότητα-Ανισότητα	
		Άλγεβρικές παραστάσεις	Άλγεβρικές παραστάσεις
<b>Χώρος και Γεωμετρία</b>	Χώρος	Χώρος	Χώρος
	Γεωμετρικά σχήματα	Γεωμετρικά σχήματα	Γεωμετρικά σχήματα
	Μετασχηματισμοί	Μετασχηματισμοί	Μετασχηματισμοί
	Οπτικοποίηση	Οπτικοποίηση	
<b>Μέτρηση</b>	Γωνίας	Γωνίας	
	Μήκους	Μήκους	
	Επιφάνειας	Επιφάνειας	Επιφάνειας
	Χωρητικότητας και όγκου	Χωρητικότητας και όγκου	Όγκου
<b>Στοχαστικά Μαθηματικά</b>	Στατιστική (δεδομένα)	Στατιστική (μέτρα θέσης)	Στατιστική (μεταβλητότητα)
	Πιθανότητες (πείραμα τύχης - δειγματικός χώρος)	Πιθανότητες (πείραμα τύχης - δειγματικός χώρος)	Πιθανότητες (πιθανότητα ενδεχομένου)



## **ΟΔΗΓΟΣ ΣΠΟΥΔΩΝ για τα Μαθηματικά**

### ΓΕΝΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ

#### **Βασικές προσανατολισμός του ΟΣ**

Βοήθεια για

- κατανόηση του εκπαιδευτικού προσανατολισμού του νέου ΠΣ
- σχεδιασμό διδασκαλιών
- παρακολούθηση της μαθηματικής ανάπτυξης των μαθητών
- παρακολούθηση των προσδοκώμενων μαθησιακών αποτελεσμάτων και σύνδεση με προηγούμενες και επόμενες τάξεις.
- πειραματισμό με νέες διδακτικές προσεγγίσεις με παραδείγματα διαχείρισης.

Ο εκπαιδευτικός καλείται να

- επιλέξει τη σειρά των εννοιών
- προγραμματίσει την κατανομή του διδακτικού χρόνου
- καθορίσει τους στόχους του και τα μέσα επίτευξής τους
- σχεδιάσει εργαλεία αξιολόγησης της επίτευξης των στόχων του
- επιλέξει ή να αναπτύξει εκπαιδευτικό υλικό,
- να πειραματιστεί με διδακτικές προσεγγίσεις
- συνεργασθεί με άλλους εκπαιδευτικούς στο σχολείο του και εκτός

#### **Δομή του ΟΣ**

##### **Γενικό μέρος**

- Βασικές αρχές μάθησης και διδασκαλίας των Μαθηματικών
- Δομή του μαθηματικού περιεχομένου σύμφωνα με τις τροχιές
- Εργαλεία – παραδείγματα αξιολόγησης

##### **Ειδικό μέρος (Α' και Β' Κύκλος)**

- Σημασία κάθε ενότητας με επίκεντρο τις βασικές μαθηματικές έννοιες
- Προηγούμενη και η επόμενη γνώση των μαθητών
- Δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές
- Προτάσεις διδακτικής διαχείρισης της ενότητας,

- Ιδέες διδακτικής διαχείρισης παραδειγμάτων ενδεικτικών δραστηριοτήτων από ΠΣ

## Τροχιές Μάθησης και Διδασκαλίας

Κατά θεματική ενότητα παρουσιάζονται:

- Σημαντικοί σταθμοί – ορόσημα στην πορεία ανάπτυξης
- Οι σημαντικότερες επιδιώξεις ανά κύκλο

## Ενδεικτικά παραδείγματα Τροχιών: Κανονικότητες /συναρτήσεις

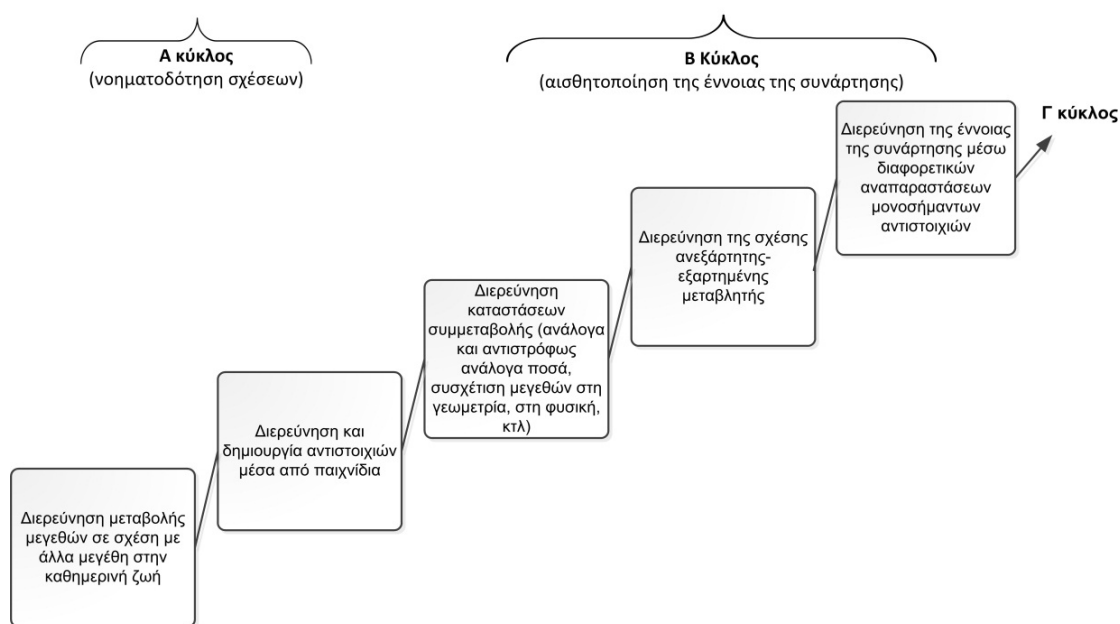
*Σημαντικότεροι σταθμοί*

- Αναγνώριση, συμπλήρωση, περιγραφή της κανονικότητας και της διαδικασίας παραγωγής της, κατασκευή κανονικοτήτων διαφόρων τύπων.
- Αναπαράσταση κανονικοτήτων με διαφορετικούς τρόπους - μετάβαση από μία αναπαράσταση σε άλλη.
- Εύρεση και συμβολική διατύπωση του γενικού όρου της κανονικότητας.
- Μοντελοποίηση και μελέτη καταστάσεων μέσω κανονικοτήτων.
- Εισαγωγή στην έννοια της συνάρτησης (μεταβλητή, μονοσήμαντη απεικόνιση, αναπαραστάσεις συναρτήσεων, ερμηνεία αναπαραστάσεων).
- Μοντελοποίηση απλών καταστάσεων και απαντήσεις σε ερωτήματα που τις αφορούν μέσω συναρτήσεων.
- Διερεύνηση συγκεκριμένων συναρτήσεων (γραμμικών, της μορφής  $\psi = \alpha/x$ , τετραγωνικών και ρυθμού μεταβολής).

*Επιδιώξεις ανά κύκλο*

Α' Κύκλος	<ul style="list-style-type: none"><li>- Οι μαθητές αναγνωρίζουν, συμπληρώνουν, περιγράφουν και κατασκευάζουν απλές γεωμετρικές, αριθμητικές και άλλες κανονικότητες, επαναλαμβανόμενες, αυξανόμενες ή μειούμενες.</li><li>- Διερευνούν μεταβολές μεγεθών σε σχέση με άλλα μεγέθη στην καθημερινή ζωή και αντιστοιχίες μέσα από καταστάσεις και παιχνίδια.</li></ul>
Β' Κύκλος	<ul style="list-style-type: none"><li>- Οι μαθητές συνεχίζουν τη μελέτη κανονικοτήτων σε πιο σύνθετες μορφές (αριθμητικές και γεωμετρικές) και παριστάνουν με διάφορα μέσα για να περιγράψουν τον κανόνα.</li><li>- Διερευνούν καταστάσεις συμμεταβολής: ανάλογα και αντιστρόφως ανάλογα ποσά, συσχέτιση μεγεθών, σχέση ανεξάρτητης-εξαρτημένης μεταβλητής και υπολογισμό ενός μεγέθους με αντικατάσταση αριθμού στις μεταβλητές.</li></ul>

	Προσεγγίζουν την έννοια της συνάρτησης μέσα από αναπαραστάσεις.
Γ' Κύκλος	- Μελετούν αριθμητικές κανονικότητες - Προσεγγίζουν απλές συναρτήσεις



### Σχηματική παράσταση

## Ενδεικτικά παραδείγματα Τροχιών: Μέτρηση όγκου

### Σημαντικότεροι σταθμοί

- Άμεση σύγκριση χωρητικότητας δύο δοχείων
- Σύγκριση όγκων κατασκευών με από μικρό αριθμό δομικών υλικών
- Μέτρηση πλήθους κύβων που δομούν μια απλή κατασκευή ή γεμίζουν ένα κουτί
- Εκτίμηση τον όγκο απλών και στη συνέχεια πιο σύνθετων στερεών και συγκρίσεις.
- Υπολογισμοί ορθογώνιων κατασκευών και εύρεση τύπων.

### Επιδιώξεις ανά κύκλο

Α' Κύκλος	- Οι μαθητές συγκρίνουν τη χωρητικότητα δύο δοχείων, άμεσα ή με τη χρήση ενδιάμεσου, συγκρίνουν όγκους κατασκευών που αποτελούνται από μικρό αριθμό δομικών υλικών (κύβοι) και εκτιμούν τον όγκο απλών κατασκευών και το πλήθος των κύβων που γεμίζουν ένα κουτί
-----------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

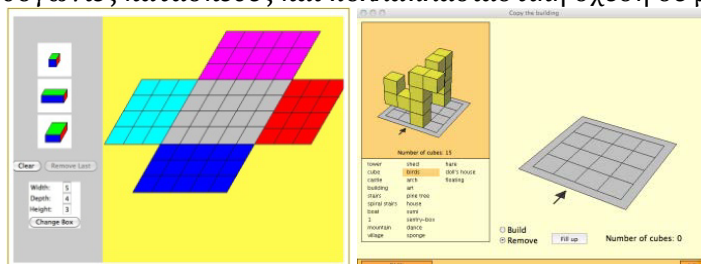
Β΄ Κύκλος	<ul style="list-style-type: none"><li>- Οι μαθητές συστηματοποιούν τον υπολογισμό του πλήθους των κύβων ορθογώνιων κατασκευών συνδυάζοντάς τον με τις γραμμικές διαστάσεις, κι εντοπίζοντας την πολλαπλασιαστική σχέση, πραγματοποιώντας μετρήσεις με πραγματικό και αναπαραστατικό υλικό.</li><li>- Υπολογίζουν τον όγκο στερεών με χρήση τυπικών μονάδων και υποδιαιρέσεων κι επιλύει σχετικά προβλήματα και υπολογισμούς κατ' εκτίμηση</li></ul>
Γ΄ Κύκλος	<ul style="list-style-type: none"><li>- Οι μαθητές υπολογίζουν τους όγκους των βασικών στερεών με τη χρήση των προηγούμενων γνώσεων, όπως και συνθέτων σχημάτων με ανάλυση και σύνθεση.</li><li>- Διερευνούν τη σχέση γραμμικών διαστάσεων, εμβαδού επιφανειών και όγκου κι επιλύουν σχετικά προβλήματα</li></ul>

Παραδείγματα δράσεων:

Απλές μετρήσεις και υπολογισμοί με χειραπτικό υλικό σε μικρότερες τάξεις :



Άσκηση στις ορθογώνιες κατασκευές και πολλαπλασιαστική σχέση σε μεγαλύτερες:



## Αξιολόγηση: τρεις μορφές – τρία εργαλεία

- Αρχική, Διαμορφωτική και Τελική αξιολόγηση με κατάταξη των στρατηγικών /προσεγγίσεων που αναπτύσσουν οι μαθητές εργαζόμενοι σε δραστηριότητες.
  - ο εντοπισμός της κύριας μαθηματικής ιδέας/ έννοιας του προβλήματος,
  - ταξινόμηση των απαντήσεων των μαθητών με βάση το βαθμό επίτευξης του στόχου της δραστηριότητας,
  - πληρότητα στην αντίληψη της βασικής μαθηματικής ιδέας/ έννοιας
  - πληρότητα της αιτιολόγησης που αναπτύσσει ο μαθητής.  
(πλήρης, μερική, περιορισμένη, ελάχιστη ή μηδενική)
- Αυτοαξιολόγηση του εκπαιδευτικού
  - ανάπτυξη βασικών μαθηματικών δεξιοτήτων στους μαθητές (αποτελεσματική χρήση εργαλείων, αλληλεπίδραση και συνεργασία σε ετερογενείς ομάδες, αυτόνομη και υπεύθυνη λειτουργία),

- ανάπτυξη μαθηματικών διεργασιών στους μαθητές (συλλογισμός και επιχειρηματολογία, δημιουργία συνδέσεων, επικοινωνία, επιλογή και χρήση εργαλείων, μεταγνωστική επίγνωση).
- Έλεγχος της εξέλιξης κάθε διδακτικής τροχιάς και ιδιαίτερα στα σημεία μετάβασης από τον έναν κύκλο στον επόμενο
  - portfolio, ημερολόγια, παρατήρηση και συνεντεύξεις
  - λίστες ελέγχου (με παράθεση προσδοκώμενων μαθησιακών αποτελεσμάτων).

Ε' Δημοτικού / Φυσικοί αριθμοί	Επίτευξη			
	Ικανοποιητική	Μερική	Περιορισμένη	Ελάχιστη
ΠΜΑ				
Αρ1. Διαβάζουν, γράφουν και αναγνωρίζουν αριθμούς σε μια ποικιλία από πλαίσια.				
Αρ2. Διερευνούν τη σχέση μεταξύ ενός ψηφίου και της αξίας του.				
Αρ3. Αναλύουν και συνθέτουν φυσικούς αριθμούς με διαφορετικούς τρόπους.				
Αρ4. Διερευνούν τη σχέση των φυσικών αριθμών με τους κλασματικούς και τους δεκαδικούς αριθμούς.				
Αρ5. Αναγνωρίζουν και αναπαριστούν με διαφορετικούς τρόπους καταστάσεις πρόσθεσης, αφαίρεσης, πολλαπλασιασμού και (τέλειας και ατελούς) διαίρεσης.				
Αρ6. Εκτιμούν και υπολογίζουν το αποτέλεσμα αριθμητικών παραστάσεων που περιλαμβάνουν και τις τέσσερις πράξεις, συνευθετοποιώντας το ρόλο της παρένθεσης.				
Αρ7. Αναγνωρίζουν, διατυπώνουν και εφαρμόζουν στρατηγικές νοερών υπολογισμών των τεσσάρων πράξεων (διαίρεση: τέλεια, με μονοψήφιο διαιρέτη).				

## Οδηγίες διδακτικής διαχείρισης με χρήση ΠΣ και ΟΣ

### Ο εκπαιδευτικός

- συνδέει τη διδακτική θεματική ενότητα με τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα από το ΠΣ
- Αποσαφηνίζει και εμβαθύνει τη σημασία της ενότητας από τον ΟΣ (και άλλες πιθανές πηγές)
- Εντοπίζει το επίπεδο γνώσεων των μαθητών από το ΠΣ και τον ΟΣ
- Μελετά τις βασικές δυσκολίες που συναντούν στην ενότητα από τον ΟΣ
- Επιλέγει ή προετοιμάζει κατάλληλες δραστηριότητες και υλικό
- Αξιολογεί τα αποτελέσματα

## Παραδείγματα

### Ι. Από τον Α' κύκλο σε ενότητα παλιού και νέου ΠΣ: δεκάδες

- *Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα από το ΠΣ*

Οι μαθητές της Α' Δημοτικού:

*Αρ2.* Αναγνωρίζουν αριθμούς (μέχρι το 100) χρησιμοποιώντας στρατηγικές άμεσης αναγνώριση και αντιστοίχισης

- *Σημασία της ενότητας από τον ΟΣ*

Το ΠΣ δίνει έμφαση στην κατανόηση της έννοιας των φυσικών αριθμών που σχετίζεται με τη δόμηση του συστήματος των φυσικών αριθμών (δεκάδες, εκατοντάδες κ.λπ.) και ενθαρρύνει τον εκπαιδευτικό να αξιοποιεί δραστηριότητες με χρήση χειραπτικού υλικού που αναδεικνύει δομικά και σημασιολογικά στοιχεία του δεκαδικού συστήματος.

- *Επίπεδο γνώσεων των μαθητών από το ΠΣ και τον ΟΣ*

Οι μαθητές από το Νηπιαγωγείο έχουν ξεκινήσει με τους αριθμούς ως το 10 (αναγνώριση και καταμέτρηση ποσοτήτων, απαγγελία και γραφή των αριθμών, σύγκριση, διάταξη και αναπαράστασή τους στην αριθμογραμμή, ανάλυση και σύνθεση των αριθμών).

Οι μαθητές στην Α' τάξη θα διευρύνουν αυτές τις γνώσεις σε αριθμούς ως το 100 και στη Β' τάξη ως το 1000, θα ασχοληθούν με τη δόμηση των σχέσεων των αριθμών ως το 100 και θα τη συνδέσουν με τη θεσιακή αξία των ψηφίων στο δεκαδικό σύστημα.

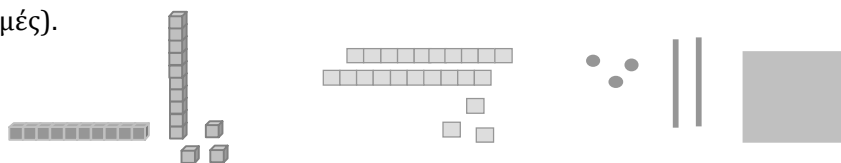
- *Βασικές δυσκολίες των μαθητών στην ενότητα από τον ΟΣ*

Μια δυσκολία των μαθητών είναι να αντιληφθούν τους αριθμούς ως αθροίσματα μονάδων και ως ομάδες με περισσότερα στοιχεία (δυάδες, τριάδες, πεντάδες κ.λπ.). Αυτό οδηγεί σε μια αθροιστική αντίληψη των αριθμών που υστερεί σε σχέση με την πολλαπλασιαστική η οποία είναι απαραίτητη για την ολοκλήρωση των σχέσεων ανάμεσα στους αριθμούς και τη δόμηση του δεκαδικού συστήματος (για παράδειγμα, το 6 είναι δύο τριάδες, το 8 δύο τετράδες και το 100 δέκα δεκάδες). Οι μαθητές καλούνται να κατανοήσουν όχι μόνο ότι σε μία εξάδα, μία οκτάδα ή μία δεκάδα υπάρχουν 6, 8 ή 10 μονάδες αντίστοιχα, αλλά να αντιληφθούν την εξάδα, την οκτάδα και τελικά τη δεκάδα ως μια αδιαίρετη ενότητα, μια νέα μονάδα και να μπορούν να μετρήσουν μια ποσότητα με τη νέα αυτή μονάδα.

- *Επιλογή ή προετοιμασία κατάλληλων δραστηριοτήτων και υλικού*

Στις προτεινόμενες δραστηριότητες το ενδιαφέρον στρέφεται στην κατανόηση της δημιουργίας μιας «μονάδας» ανώτερης τάξης (της δεκάδας) με χρήση αρχικά

χειραπτικού και στη συνέχεια άλλου αναπαραστατικού υλικού (ράβδους και γραμμές).



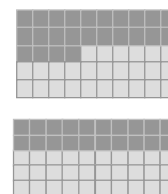
- Δραστηριότητα «φτιάχνω αριθμούς με τις δεκάδες» από ΟΣ, με χειραπτικό υλικό.
- Δραστηριότητα «πακέτα στο εργοστάσιο καραμέλας» με αναπαραστατικό υλικό.
- Παιχνίδια με απεικονίσεις Cuisenaire στο

[http://isocrates.minedu.gov.gr/content\\_files/tsigganopaides/MATH1.pdf](http://isocrates.minedu.gov.gr/content_files/tsigganopaides/MATH1.pdf), σ.14).

- Χρήση τεχνολογικού περιβάλλοντος «Base Blocks» (<http://nlvm.usu.edu>).

- Αξιολόγηση του αποτελέσματος

Παιχνίδι με κάρτες δεκάδων: τα παιδιά σε ένα παιχνίδι ταχύτητας δοκιμάζουν να βρουν κάποιους αριθμούς που παριστάνονται σε κάρτες με δεκάδες ή μέρος του πίνακα των 100.



## II. από τον Β' κύκλο σε ενότητα μόνο του νέου ΠΣ: Πιθανότητες

- Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα από το ΠΣ

Οι μαθητές της Στ' Δημοτικού:

Π2. Υπολογίζουν την πιθανότητα ενός ενδεχομένου ως κλάσμα (πλήθος ευνοϊκών περιπτώσεων) / (πλήθος δυνατών περιπτώσεων) και την συγκρίνουν με την σχετική συχνότητα των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από την πραγματοποίηση ενός πειράματος τύχης.

- Σημασία της ενότητας από τον ΟΣ

Η εξοικείωση στις πιθανότητες βοηθά τους μαθητές να αντιληφθούν την αβεβαιότητα των γεγονότων και να αναπτύξουν ικανότητα πρόβλεψης.

- Επίπεδο γνώσεων των μαθητών από το ΠΣ και τον ΟΣ

Στον Α' κύκλο οι μαθητές αναπτύσσουν άτυπα τη γλώσσα των πιθανοτήτων για να περιγράψουν γεγονότα και να συγκρίνουν την εμφάνιση ενδεχομένων σε απλά πειράματα τύχης. Εξετάζουν ένα γεγονός της καθημερινής τους εμπειρίας ως βέβαιο, αδύνατο, πιθανό, απίθανο, χαρακτηρίζουν ένα παιχνίδι τύχης ως δίκαιο ή άδικο κι αρχίζουν εμπειρικά να υπολογίζουν την πιθανότητα.

Στο Β' κύκλο οι μαθητές αρχίζουν να αντιλαμβάνονται τη σχέση του αριθμού των δοκιμών ενός πειράματος τύχης με τα αποτελέσματα που προκύπτουν. Επίσης, προσεγγίζουν την πιθανότητα ως μέτρο εμφάνισης ενός ενδεχομένου.

Αν η τροχιά της ανάπτυξης της έννοιας της πιθανότητας είχε αρχίσει κανονικά οι μαθητές στην Στ' τάξη θα έπρεπε να έχουν πετύχει να:

- P1.* Περιγράφουν ένα γεγονός ως βέβαιο, πιθανό, αδύνατο.
- P2.* Πραγματοποιούν απλά πειράματα τύχης ενός σταδίου και περιγράφουν το δειγματικό χώρο.
- P3.* Χαρακτηρίζουν ένα παιχνίδι τύχης ως δίκαιο-άδικο.
- P4.* Περιγράφουν όλα τα δυνατά αποτελέσματα (δειγματικός χώρος) σε απλά πειράματα τύχης.
- P5.* Συγκρίνουν ενδεχόμενα ως προς την πιθανότητα εμφάνισής τους (λιγότερο πιθανό, περισσότερο πιθανό, ισοπίθανο).
- P6.* Διερευνούν τα αποτελέσματα ενός πειράματος τύχης πραγματοποιώντας πολλές δοκιμές.
- P7.* Εκτιμούν την πιθανότητα ενός ενδεχομένου σε κλίμακα με εύρος από αδύνατο ενδεχόμενο ως βέβαιο ενδεχόμενο.
- P8.* Καταγράφουν τα χαρακτηριστικά του πειράματος τύχης και προβλέπουν την συχνότητα εμφάνισης ενός ενδεχομένου κατά την επανάληψη ενός πειράματος.

- *Βασικές δυσκολίες των μαθητών στην ενότητα από τον ΟΣ*

Η βασική δυσκολία των μαθητών είναι ότι οι απαντήσεις τους βασίζονται σε υποκειμενικές κρίσεις. Δεν κάνουν μια ολοκληρωμένη περιγραφή των δυνατών αποτελεσμάτων σε ένα πείραμα τύχης αλλά αναφέρουν συνήθως τα αποτελέσματα που θεωρούν ότι είναι πιο πιθανά να συμβούν σύμφωνα με τις προσωπικές τους επιθυμίες ή κρίσεις.

Επίσης συνδέουν τις κρίσεις τους με αντίστοιχα στοιχεία (π.χ. από ένα κουτί με 3 κόκκινους και 5 μπλε κύβους θεωρούν ότι είναι πιο πιθανό να τραβήξουν ένα κόκκινο κύβο γιατί το κόκκινο είναι το αγαπημένο τους χρώμα).

Η έλλειψη κάθε προηγούμενης εμπειρίας δυσκολεύει συνολικά την κατάσταση

- *Επιλογή ή προετοιμασία κατάλληλων δραστηριοτήτων και υλικού*

Στην τάξη που βρίσκεται ο εκπαιδευτικός – λόγω της έλλειψης της προηγούμενης ανάπτυξης- θα χρειαστεί να καλύψει ένα εύρος στόχων. Μπορεί να δοκιμάσει να προσαρμόσει τις δραστηριότητες των προηγούμενων τάξεων σε μια σειρά διερευνήσεων που να οδηγούν σε αυτή που αντιστοιχεί στο επίπεδο της τάξης. Ο ΟΣ τον τροφοδοτεί με τις απαραίτητες μορφές δραστηριοτήτων.

- Δραστηριότητα καταγραφής των πιθανών ενδεχομένων σε ένα παιχνίδι τύχης (ζάρια, σπούρα κλπ) και προβληματισμός για το βέβαιο, πιθανό αδύνατο. Μελέτη καταστάσεων για το δίκαιο και άδικο (δράσεις από Α', Β' και Γ' τάξη).

- Δραστηριότητα του τροχού από Δ' τάξη με δοκιμές και πιθανότητες εμφάνισης.



- Αντίστοιχη δραστηριότητα από την Ε΄ τάξη όπου υπολογίζεται η πιθανότητα ενός ενδεχομένου.
- Δραστηριότητα της Στ΄ τάξης προσαρμοσμένη με ένα ζάρι ή δύο ρίψεις με λιγότερα ενδεχόμενα (πχ. δύο κέρματα).
- *Αξιολόγηση του αποτελέσματος*

Παιχνίδι πρόβλεψης στον «τροχό της τύχης» όπου ο μαθητής με βάση το πώς αντιλαμβάνεται την έννοια της πιθανότητας «στοιχηματίζει» ποιο χρώμα θα εμφανιστεί.

## Προτεινόμενα σχέδια μαθημάτων για εργαστήριο

### I. Από τον Α' κύκλο σε ενότητα παλιού και νέου ΠΣ: πολλαπλασιασμός του 2, 4, 5 (Β')

- Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα από το ΠΣ

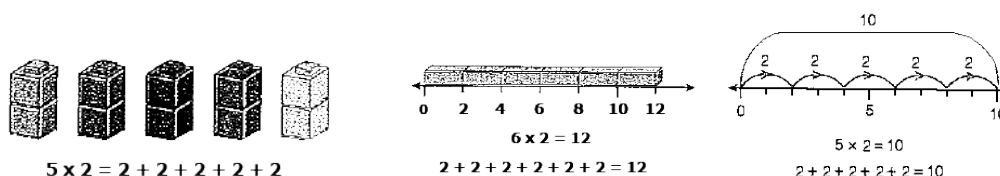
Αρ. 11. Οι μαθητές βρίσκουν τα πολλαπλάσια των αριθμών 2, 4 και 5

- Σημασία της ενότητας από τον ΟΣ (και άλλες πιθανές πηγές)

Η ανάπτυξη πολλαπλασιαστικού συλλογισμού με έμφαση στην απόδοση νοήματος στις σχέσεις των αριθμών και την ανάπτυξη υπολογιστικών διαδικασιών και ξεπέραςμα της προσθετικής αντίληψης. Η χρήση του πολλαπλασιασμού στην επίλυση προβλημάτων σε διαφορετικά πλαίσια και πραγματικές καταστάσεις.

Οι πολλαπλασιαστικές καταστάσεις είναι τουλάχιστον τρεις:

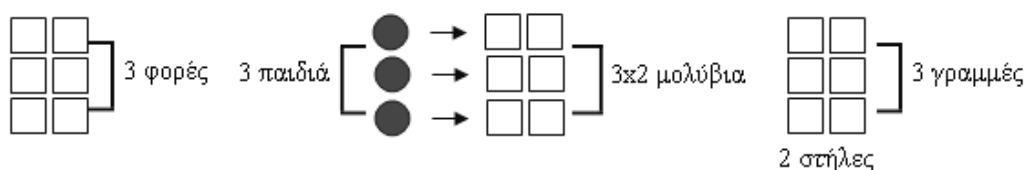
Η επαναλαμβανόμενη πρόσθεση (3 φορές το 2 είναι  $2+2+2$ ). Στη μορφή αυτή ο ένας αριθμός (2) περιγράφει μία ποσότητα αλλά ο άλλος αριθμός (3 χωρίς άλλη διάσταση) ενεργεί στην ποσότητα αυτή και τη μετασχηματίζει (τελεστής κλίμακας που δείχνει τις 'φορές' της επανάληψης της πρόσθεσης). Στην κατηγορία αυτή εντάσσονται καταστάσεις όπως η μέτρηση όμοιων ποσοτήτων αντικειμένων (πχ. χρήματα, τουβλάκια Lego κ.λπ) και τα άλματα στην αριθμογραμμή:



Η *συμμεταβολή ποσοτήτων* (το κάθε παιδί έχει 2 μολύβια, τα 3 παιδιά πόσα μολύβια έχουν;) που οικοδομείται προοδευτικά από την πιο μικρή ηλικία αλλά αφορά μια βαθύτερη κατανόηση για μεγαλύτερες ηλικίες.

Η τρίτη κατηγορία πολλαπλασιαστικών καταστάσεων είναι τα προβλήματα υπολογισμού επιφανειών ή συνδυασμών που οδηγεί στη *δημιουργία νέου μεγέθους*.

Οι τρεις πολλαπλασιαστικές καταστάσεις συνοψίζονται στο παρακάτω σχήμα.



Μέσα από αυτές καταστάσεις οι μαθητές θα αναπτύξουν αριθμητικά *πολλαπλασιαστικά* μοτίβα που θα διευκολύνουν τις υπολογιστικές διαδικασίες.

Σύμφωνα με τα παραπάνω η ουσιαστική κατανόηση του *πολλαπλασιασμού* απαιτεί μια προσεκτική διαδρομή προσέγγισης με πλούσιες δραστηριότητες, αξιοποίηση χειραπτικού υλικού (τουβλάκια, κάρτες, τετραγωνισμένο χαρτί, πίνακα των εκατό) όπως και άλλων μορφών αναπαράστασης.

- *Επίπεδο γνώσεων των μαθητών από το ΠΣ και τον ΟΣ*

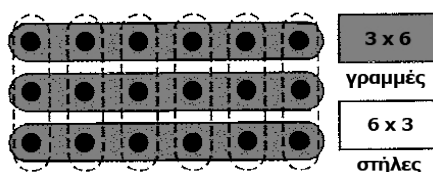
Οι μαθητές γνωρίζουν από το νηπιαγωγείο και την Α' τάξη τους αριθμούς και τις μεταξύ τους σχέσεις και έχουν εμπειρικά διερευνήσει προσθετικές και *πολλαπλασιαστικές* καταστάσεις. Στη Β' τάξη θα εισαχθούν σε *πολλαπλασιαστικές* καταστάσεις μέσω της ομαδοποίησης αντικειμένων, θα αναγνωρίσουν το *πολλαπλασιαστικό* μοτίβο και θα αρχίσουν να προσεγγίζουν υπολογιστικές διαδικασίες.

- *Βασικές δυσκολίες των μαθητών στην ενότητα από τον ΟΣ (κι άλλες πιθανές πηγές)*

Δυσκολία αντίληψης των αριθμών ως αθροίσματα μονάδων και ως ομάδες με περισσότερα στοιχεία (δυάδες, τριάδες, πεντάδες κ.λπ.) που οδηγεί στην αθροιστική αντίληψη των αριθμών σε σχέση με την *πολλαπλασιαστική* που είναι απαραίτητη.

Δυσκολία στη διάκριση του *τελεστή κλίμακας* με την ποσότητα που μετασχηματίζεται (δηλαδή του αριθμού των φορών επανάληψης με το επαναλαμβανόμενο μέγεθος) στη μορφή της επαναλαμβανόμενης πρόσθεσης.

Δυσκολία στην αντίληψη της *αντιμεταθετικότητας* του *πολλαπλασιασμού*, ανάλογα με την *πολλαπλασιαστική* κατάσταση που αντιμετωπίζει (για παράδειγμα το  $6 \times 3$  και το  $3 \times 6$  δεν είναι αυτονόητα ίσα αποτελέσματα)

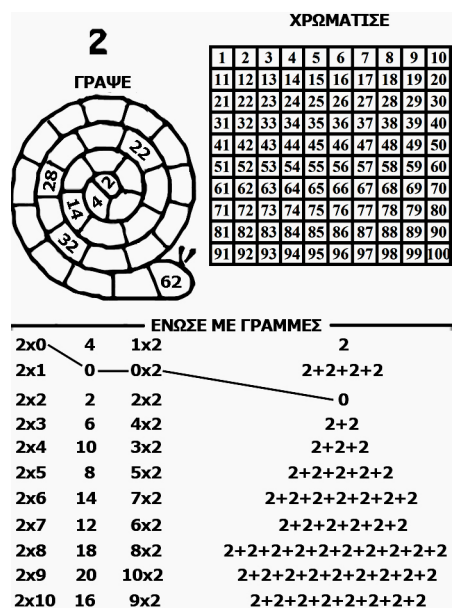


Άλλη μια δυσκολία παρουσιάζεται από την εμπλοκή *μιας ή δύο ή τριών ποσοτήτων και μεγεθών* κατά περίπτωση. Έτσι τα προβλήματα επανάληψης αφορούν μία ποσότητα (3 φορές τα 2 μολύβια: ένα μέγεθος, τα μολύβια), τα προβλήματα *συμμεταβολής* δύο ποσότητες (το κάθε παιδί έχει 2 μολύβια, τα 3 παιδιά πόσα μολύβια έχουν; δύο μεγέθη, παιδιά και μολύβια), ενώ τα προβλήματα δημιουργίας μεγέθους τρία μεγέθη (έχουμε 2 γραμμές και 3 στήλες, πόση επιφάνεια καλύπτουν; τρία μεγέθη: γραμμές, στήλες κι επιφάνειες).

- *Επιλογή ή προετοιμασία κατάλληλων δραστηριοτήτων και υλικού*

Η χρήση όλου του σχετικού υλικού θα υποστηρίξει τους μαθητές στην ανάπτυξη πολλαπλασιασμών: τουβλάκια, κάρτες με πεντάδες και δεκάδες, τετραγωνισμένο χαρτί, αριθμητική γραμμή. Τα υλικά αυτά βοηθούν τους μαθητές να αναπτύξουν τις πρώτες συνδέσεις και ο πίνακας των εκατό δίνει μια εικόνα για τα επαναλαμβανόμενα μοτίβα.

- Δραστηριότητα με παιχνίδι όπου τα παιδιά σε ομάδες υπολογίζουν «πόσα είναι όλα μαζί» (τουβλάκια οργανωμένα σε 2αδες, 3αδες, 4αδες κ.λπ.)
  - Αντίστοιχη δραστηριότητα όπου χρησιμοποιείται ως υλικό κάρτες με 2αδες, 3αδες κ.λπ.
  - Δραστηριότητα κατά την οποία μοιράζουμε στους μαθητές στήλες ή γραμμές δύο τριών τεσσάρων τετραγώνων και τους ζητάμε να υπολογίσουν όλα μαζί τα τετράγωνα.
  - Αντίστοιχα στην αριθμητική γραμμή οι μαθητές υπολογίζουν τα βήματα που θα χρειαστεί κάποιος να κάνει αν «πηδάει» τις θέσεις ανά 2 ή 3 παίζοντας κουτσό στα πλακάκια της αυλής κ.λπ. (ζωγραφίζουν τα αντίστοιχα πλακάκια με κιμωλία στο πάτωμα και δοκιμάζουν).
  - Επίσης η χρήση του πίνακα των 100 μπορεί να δώσει που οι μαθητές αναλαμβάνουν να βάψουν δίνει μια εικόνα με τα επαναλαμβανόμενα μοτίβα (πολλαπλάσια και γινόμενα).
  - Δραστηριότητες όπου τα παιδιά τυποποιούν τα πολλαπλάσια του 2, 4, 5 κ.λπ.
- *Αξιολόγηση του αποτελέσματος*  
Μπορεί να δοθούν στους μαθητές καρτέλες στις οποίες θα πρέπει να συμπληρώσουν εν είδη παιχνιδιού τα γινόμενα του 2 και αντίστοιχα του 4 του 5 κ.λπ.



## **I. Από τον Β' κύκλο σε ενότητα νέου ΠΣ: μετασχηματισμοί (Στ')**

- *Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα από το ΠΣ*

*Γ10.* Οι μαθητές περιγράφουν ισοδύναμους μετασχηματισμούς που οδηγούν στην κατασκευή ίσων σχημάτων σε φυσικό και ψηφιακό περιβάλλον.

*Γ11.* Οι μαθητές σχεδιάζουν σχήματα με κέντρο συμμετρίας για διάφορες περιστροφές σε καμβάδες και σε ψηφιακό περιβάλλον.

- *Σημασία της ενότητας από τον ΟΣ (κι άλλες πιθανές πηγές)*

Κάθε μετασχηματισμός περιλαμβάνει ένα αρχικό αντικείμενο ή σχήμα, μια διαδικασία (μετατόπιση, στροφή, καθρέφτισμα) και τη δημιουργία ενός νέου αντικειμένου ή σχήματος ίσου με το αρχικό, το οποίο είναι, όμως, προϊόν του συγκεκριμένου μετασχηματισμού. Γενικά οι στερεοτυπικές τοποθετήσεις εγκλωβίζουν τις αναπαραστάσεις των παιδιών ως προς τη χωρική πληροφορία και με τις δραστηριότητες των μετασχηματισμών ενδιαφερόμαστε να αναπτύξουμε την οπτική ευλυγισία και τις νοερές επεξεργασίες των μαθητών.

- *Επίπεδο γνώσεων των μαθητών από το ΠΣ και τον ΟΣ*

Στον πρώτο κύκλο οι μαθητές παρατηρούν μετατοπίσεις και στροφές (90, 180, 360 και 45 μοιρών) προβλέποντας το αποτέλεσμα. Στο δεύτερο κύκλο, χρησιμοποιούν τους μετασχηματισμούς για σύγκριση σχημάτων και πραγματοποιούν κατασκευές με τη χρήση μετατοπίσεων και στροφών.

- *Βασικές δυσκολίες των μαθητών στην ενότητα από τον ΟΣ (κι άλλες πιθανές πηγές)*

Οι μαθητές δεν αναγνωρίζουν σχήματα που έχουν σημαντικά μετασχηματισθεί, έχουν στραφεί ή εκταθεί ή έχουν αλλάξει αναλογίες. Οι δυσκολίες αυτές σχετίζονται με 'προτυπικά' φαινόμενα που αφορούν την προσθήκη (ή στην αφαίρεση) κρίσιμων χαρακτηριστικών στη γεωμετρία ενός σχήματος. Η εμφάνιση προτυπικών φαινομένων είναι άμεσα συνδεδεμένη με τον τρόπο διδασκαλίας των γεωμετρικών εννοιών. Η άσκηση των παιδιών στους μετασχηματισμούς των σχημάτων κυρίως στη μετακίνηση, τη στροφή και τη συμμετρία κρίνεται απαραίτητη για την εννοιολογική ολοκλήρωση της γεωμετρικής τους σκέψης.

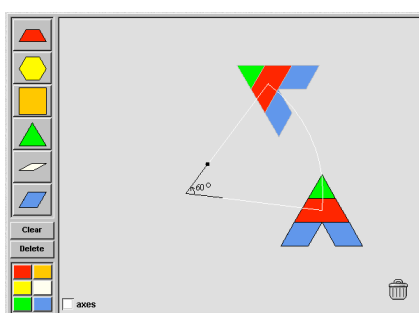
- *Επιλογή ή προετοιμασία κατάλληλων δραστηριοτήτων και υλικού*

- Δραστηριότητες αναγνώρισης σχημάτων σε διάφορες θέσεις και προσανατολισμούς (αντίστοιχα σε ψηφιακά περιβάλλοντα).

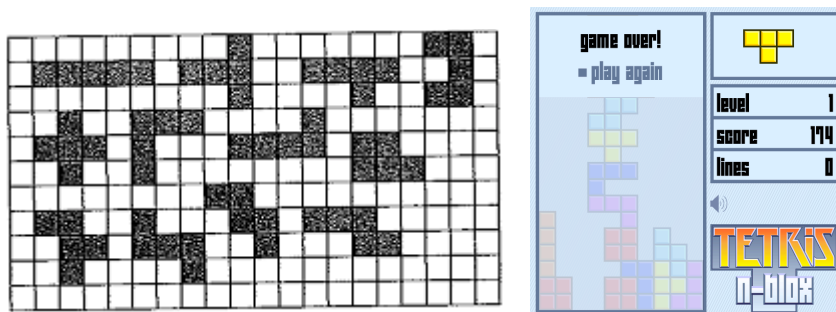
- Δραστηριότητες με μετατοπίσεις και στροφές στο γεωπίνακα ή ψηφιακό περιβάλλον.

- Δραστηριότητες εύρεσης σχημάτων μετατοπισμένων ή μετά από στροφή σχημάτων σε καμβάδες και τανγκραμ.
- Δραστηριότητα περιστροφής. Οι μαθητές περιγράφουν το σχήμα που θα προκύψει από την περιστροφή του αρχικού χειραπτικού (πχ, ενός κύβου) ή αναπαραστατικού υλικού ή σχήματος αν αυτό περιστραφεί κατά συγκεκριμένη γωνία, π.χ. 45° 90° ή 180°
- Δραστηριότητες πρόβλεψης της θέσης και προσανατολισμού μετά από μετατόπιση ή στροφή. Όμοια σε ψηφιακό περιβάλλον

[http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames\\_asid\\_300\\_g\\_4\\_t\\_3.html](http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_300_g_4_t_3.html)



- Παιχνίδι “Tetris” με χειραπτικό υλικό τα παιδιά δοκιμάζουν περιστροφές των σχημάτων για να καλύψουν μια επιφάνεια χωρίς κενά.



Αντίστοιχα μπορεί η δραστηριότητα να γίνει και σε ψηφιακό περιβάλλον όπως στη διεύθυνση: <http://www.freetetris.org/game.php>

- Αξιολόγηση του αποτελέσματος

Στον οδηγό υπάρχει πρόταση για την αξιολόγηση της επίτευξης των μαθησιακών αποτελεσμάτων από τους μαθητές

## **ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΠΛΑΙΣΙΟΥ ΕΠΙΜΟΡΦΩΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ**

### **Περιεχόμενο**

- Γνωριμία / Εξοικείωση με το ΠΣ και τον ΟΣ για τα Μαθηματικά
- Εξοικείωση με νέους τρόπους διδακτικού σχεδιασμού
- Επιλογή-δημιουργία διδακτικού υλικού και αξιοποίηση πηγών
- Οργάνωση πιλοτικής εφαρμογής

### **Μεθοδολογία**

- Αξιοποίηση διδακτικών παραδειγμάτων
- Βιωματική-συνεργατική προσέγγιση των νέων τρόπων διδακτικού σχεδιασμού, δημιουργίας διδακτικού υλικού και αξιοποίησης πηγών.
- Βιωματική-συνεργατική προσέγγιση της πιλοτικής εφαρμογής (τάξεις, ενότητες, υλικό μέσα & τρόποι καταγραφής κ.λπ.).

### **Υλικό**

- Ερωτηματολόγιο καταγραφής
- Πρόγραμμα σπουδών & Οδηγός Σπουδών
- Υλικό Επιμόρφωσης
- Συνοπτική Παρουσίαση τροχιών
- Σχέδια εργασίας
- Φύλλα εργασίας
- Ερωτηματολόγιο αξιολόγησης
- Βιβλιογραφία

## Βιβλιογραφία και άλλο Υλικό

- Πρόγραμμα Σπουδών για τα Μαθηματικά στην Υποχρεωτική Εκπαίδευση  
[διαθέσιμο on-Line] <http://digitalschool.minedu.gov.gr/>
- Μαθηματικά στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση (Δημοτικό) Οδηγός για τον εκπαιδευτικό «Εργαλεία Διδακτικών Προσεγγίσεων»  
[διαθέσιμο on-Line] <http://digitalschool.minedu.gov.gr/>
- Τζεκάκη, Μ. (2007). Μικρά παιδιά μεγάλα μαθηματικά νοήματα: Προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία. Αθήνα: Gutenberg.
- Τζεκάκη, Μ. (2010). Μαθηματική εκπαίδευση για την προσχολική και την πρώτη σχολική ηλικία: Αλλάζοντας την τάξη των Μαθηματικών. Θεσσαλονίκη: Ζυγός.
- Grouws, D. & Cebulla, K. (2006) *Βελτιώνοντας την επίδοση των μαθητών στα μαθηματικά Μετάφραση: Όλγα Κασσώτη & Πέτρος Κλιάπης*, UNESCO, Educational practices series  
[διαθέσιμο on-Line]  
<http://www.ibe.unesco.org/publications/EducationalPracticesSeriesPdf/prac04greek.pdf>
- Van de Walle (2001) *Μαθηματικά για το δημοτικό και το γυμνάσιο. Μια εξελικτική διδασκαλία* Τυπωθήτω



## Φύλλα Εργασίας για τα σχέδια μαθημάτων

### **I. Από τον Α' κύκλο σε ενότητα παλιού και νέου ΠΣ: πολλαπλασιασμός του 2, 4, 5 (Β')**

A. Προετοιμάστε σχέδιο μαθήματος για μια διδακτική ενότητα που αφορά τον πολλαπλασιασμό του 2, 3, 4, 5 (Β' Τάξη), δοκιμάζοντας να στηριχθείτε στα επόμενα στοιχεία:

- Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα από το ΠΣ
- Σημασία της ενότητας από τον ΟΣ (κι άλλες πιθανές πηγές)
- Επίπεδο γνώσεων των μαθητών από το ΠΣ και τον ΟΣ
- Βασικές δυσκολίες των μαθητών στην ενότητα από τον ΟΣ (κι άλλες πιθανές πηγές)
- Επιλογή ή προετοιμασία κατάλληλων δραστηριοτήτων και υλικού
- Αξιολόγηση του αποτελέσματος από ΟΣ

B. Περιγράψτε τον τρόπο με τον οποίο θα εφαρμοσθούν στην τάξη

- Ρόλος του εκπαιδευτικού
- Ρόλος του μαθητή
- Διαχείριση της τάξης
- Διαχείριση της δράσης
- Διαχείριση του χρόνου

## Φύλλα Εργασίας για τα σχέδια μαθημάτων

### I. Από τον Β' κύκλο σε ενότητα νέου ΠΣ: μετασχηματισμοί (Στ')

A. Προετοιμάστε σχέδιο μαθήματος για μια διδακτική ενότητα που αφορά τον πολλαπλασιασμό του 2, 3, 4, 5 (Β' Τάξη), δοκιμάζοντας να στηριχθείτε στα επόμενα στοιχεία:

- Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα από το ΠΣ
- Σημασία της ενότητας από τον ΟΣ (κι άλλες πιθανές πηγές)
- Επίπεδο γνώσεων των μαθητών από το ΠΣ και τον ΟΣ
- Βασικές δυσκολίες των μαθητών στην ενότητα από τον ΟΣ (κι άλλες πιθανές πηγές)
- Επιλογή ή προετοιμασία κατάλληλων δραστηριοτήτων και υλικού
- Αξιολόγηση του αποτελέσματος από ΟΣ

B. Περιγράψτε τον τρόπο με τον οποίο θα εφαρμοσθούν στην τάξη

- Ρόλος του εκπαιδευτικού
- Ρόλος του μαθητή
- Διαχείριση της τάξης
- Διαχείριση της δράσης
- Διαχείριση του χρόνου